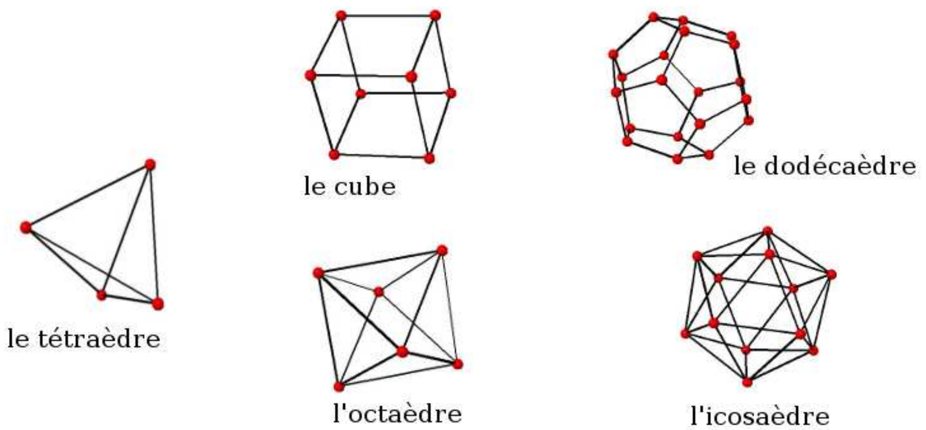
Augustin Louis Cauchy est né à Paris en 1789 pendant la révolution , mais il fut tout le contraire d´un révolutionnaire, il fut monarchiste et catholique intégriste.

Il est le fils ainé , il avait 2 frères ;son père travaillait pour le chef de la police de Paris ,famille très bourgeoise ; mais sous la révolution il se cacha et sa famille vécut assez pauvrement ; il retrouve sa fonction sous napoléon .Le père de cauchy connaissait Laplace et Lagrange

Au lycée il eut Jacques Binet comme enseignant

En 1805 il entre deuxième au concours polytechnique (293 candidats et 125 admis) ou Lacroix sera son professeur ;en 1806 il résout le problème d'appolonius pour trouver un cercle tangent à 3 cercles ,voir ici

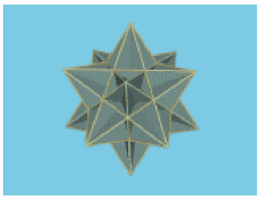
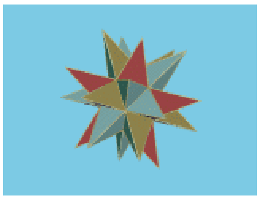
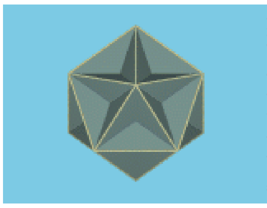
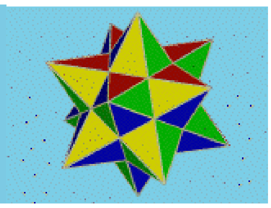
puis il sortit 3 ième et il devient ingénieur puis devient professeur de mathématiques en 1814



En 1811 son premier travail est sur les polyedres réguliers il montra qu'il y en avait 9 dont les 5 convexes connus depuis l'antiquité (Euclide avait montré qu'il y en avait que 5 : le tétraèdre, le cube, l'octaèdre qui a huit faces triangulaires, le dodécaèdre qui a douze faces pentagonales et l'icosaèdre qui a vingt faces triangulaires) ; Kepler en avait trouvé deux et Poinsot 2 autres

trois dodécaèdres    et un icosaèdre 

www.math.univ-toulouse.fr/~schlenker/slides/albi.pdf

1812 travail sur les fonctions symétriques ; et les déterminants en particulier il démontre det(AB)=det(A)det(B)

Le nom de déterminants vient de Cauchy (qui utilisa aussi le nom de formes alternées)

1814 dérivation et intégration des fonctions de variable complexe

1815 il montrer une conjoncture de Fermat tout entier est somme de polygonaux

En 1816 il a un prix sur la propagation des ondes

Il devient professeur à l´ecole polytechnique et entra aussi à l´academie des sciences pour le malheur d‘ Abel et de Galois car il n‘étudia pas leurs mémoires ou pour Galois le perdit; il avait pourtant compris l’importance des résultats de Galois

En 1815 - 1816 il est professeur à polytechnique jusqu’en 1830

Durant son enseignement il rendit plus rigoureux l´analyse définissant la notion de limite,de continuité, de derivabilité , de convergence des séries , rayon de convergence des séries entières

Produit de Cauchy , définit l´integrale d´une fonction continue

Mais il lui echappa la notion de continuité uniforme et de convergence uniforme utilisés par Weierstrass.

Ainsi en 1821 il crut démontrer que la limite simple de fonctions continues est continue!

A 28 il vivait encore chez ses parents , son père décida de le marier

En 1818 il se marie et aura deux filles

1821 cours d’analyse à l’ecole polytechnique

Dans le chapitre 5 il trouve les fonctions f continue vérifiant f(x+y)=f(x)+f(y) avec la méthode utilisée encore aujourdhui ; Il résout aussi f(x+y)=f(x) f(y) ,f(xy)=f(x)f(y), f(xy)=f(x)=f(y) et aussi

f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(y)

chapitre 6 sur les séries numériques dont la convergenc e absolue et le critère de cauchy

§ III. — *Des séries qui renferment des termes positifs et des termes négatifs.*

Supposons que la série

(1) $u_0, \ u_1, \ u_2, \ \ldots, \ u_n, \ \ldots$

se compose de termes, tantôt positifs, tantôt négatifs, et soient respectivement

(2) $\rho_0, \ \rho_1, \ \rho_2, \ \ldots, \ \rho_n, \ \ldots$

convergence absolue et critère de Cauchy par Cauchy en 1821

les valeurs numériques de ces mêmes termes, en sorte qu'on ait

$$u_0 = \pm\rho_0, \quad u_1 = \pm\rho_1, \quad u_2 = \pm\rho_2, \quad \ldots, \quad u_n = \pm\rho_n, \quad \ldots.$$

La valeur numérique de la somme

$$u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{n-1}$$

ne pouvant jamais surpasser

$$\rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \ldots + \rho_{n-1},$$

il en résulte que la convergence de la série (2) entraînera toujours celle de la série (1). On doit ajouter que la série (1) sera divergente, si quelques termes de la série (2) finissent par croître au delà de toute limite assignable. Ce dernier cas se présente lorsque les plus grandes valeurs de $(\rho_n)^{\frac{1}{n}}$ convergent, pour des valeurs croissantes de n, vers une limite supérieure à l'unité. Au contraire, lorsque cette limite devient inférieure à l'unité, la série (2) est toujours convergente. On peut, en conséquence, énoncer le théorème suivant :

Théorème I. — *Soit ρ_n la valeur numérique du terme général u_n de la série (1), et désignons par k la limite vers laquelle convergent, tandis que n croît indéfiniment, les plus grandes valeurs de l'expression $(\rho_n)^{\frac{1}{n}}$. La série (1) sera convergente si l'on a $k < 1$, et divergente si l'on a $k > 1$.*

1.er Théorème. *Cherchez la limite ou les limites vers lesquelles converge, tandis que n croît indéfiniment, l'expression $(u_n)^{\frac{1}{n}}$; et désignez par k la plus grande de ces limites, ou, en d'autres termes, la limite des plus grandes valeurs de l'expression dont il s'agit. La série (1) sera convergente, si l'on a $k < 1$, et divergente, si l'on a $k > 1$.*

En annexe II (note II) on trouve son inégalité

16.ᵉ Théorème. *Soient* $a, a', a'' \ldots, \alpha, \alpha', \alpha'' \ldots$ *deux suites de quantités, et supposons que chacune de ces suites renferme un nombre* n *de termes. Si les rapports*

$$\frac{a}{\alpha}, \quad \frac{a'}{\alpha'}, \quad \frac{a''}{\alpha''}, \quad \&c.\ldots,$$

ne sont pas tous égaux entre eux, la somme

$$a\alpha + a'\alpha' + a''\alpha'' \ldots$$

sera inférieure au produit

$$\sqrt{(a^2 + a'^2 + a''^2 \ldots)} \cdot \sqrt{(\alpha^2 + \alpha'^2 + \alpha''^2 \ldots)};$$

en sorte qu'on aura

$$(30) \left\{ \begin{array}{l} \text{val. num. } (a\alpha + a'\alpha' + a''\alpha'' \ldots) \\ < \sqrt{(a^2 + a'^2 + a''^2 \ldots)} \cdot \sqrt{(\alpha^2 + \alpha'^2 + \alpha''^2 \ldots)}. \end{array} \right.$$

demonstration

$$(31) \left\{ \begin{array}{l} (a\alpha + a'\alpha' + a''\alpha'' \ldots)^2 + (a\alpha' - a'\alpha)^2 + (a\alpha'' - a''\alpha)^2 + \ldots \\ \ldots + (a'\alpha'' - a''\alpha')^2 + \&c\ldots = (a^2 + a'^2 + a''^2 \ldots)(\alpha^2 + \alpha'^2 + \alpha''^2 \ldots); \end{array} \right.$$

On trouve aussi l'inégalité entre moyenne géométrique et arithmétique

458 NOTE II.

$$(35) \qquad \sqrt[n]{ABCD\ldots} < \frac{A + B + C + D\ldots}{n},$$

1825 grand mémoire sur l'integration complexe ,théorème des résidus

1829 la diagonalisation des matrices symétriques réelles

Il montre que les vecteurs propres sont orthogonaux ,vérifient donc $<X,Y>=x_1y_1+..+x_ny_n=0$ puis

Si λ est valeur propre alors $\bar{\lambda}$ aussi d'où deux vecteurs propres U et $\bar{U}$ et l'orthogonalité donne

$<U, \bar{U}>=0$ soit $U=0$ faux (Cauchy n'utilisait pas les matrices mais résolvait des systèmes linéaires)

1831 les fonctions holomorphes sont analytiques donc C^∞

1845 permutations

Il a aussi obtenu des résultats en arithmétique ,ainsi qu' en physique, mecanique, astronomie, optique

Et aussi en probabilité en 1853 , dont une démonstration du theoréme central limite

Après la révolution des 1830 ,il ne reconnait pas Louis philippe et s´exile en suisse

Il finit par rentrer en France en 1838

En 1838 il soutient l´institut saint Vincent de Paul qui aide les démunis

En 1842 il fonda l´institut catholique, il milita aussi pour la fermeture des commerces le dimanche

En 1851 il est élu au collége de france.

Il ne reconnut pas napoleon III qui le maintient en poste

En 1857 il meurt d' un rhume

Il est le plus prolifique aprés Euler , avec près de 800 articles

Son oeuvre est sur gallica :

http://portail.mathdoc.fr/cgi-bin/oetoc?id=OE_CAUCHY_1_1

Cercle tangent à 3 cercles solution de Cauchy en 1806 élève à polytechnique

Supposez que l'on augmente ou diminue le rayon du cercle cherché d'une quantité égale au rayon du plus petit cercle donné, selon que ces deux cercles doivent se toucher intérieurement ou extérieurement, cela reviendra à diminuer ou augmenter les rayons des deux autres cercles donnés de la même quantité, suivant la nature de leurs points de contact avec le cercle cherché, et le problème se trouvera, par ce moyen, ramené à cet autre.

Mener par un point donné un cercle tangent à deux cercles donnés.

La solution de ce dernier problème repose sur ce théorème :

Si deux cercles sont tangents au point A (*fig.* 8), *et que par le point de tangence on mène des sécantes CD, BE, ces sécantes seront coupées en parties proportionnelles; les triangles ABC, ADE seront semblables, et les côtés BC, DE parallèles.*

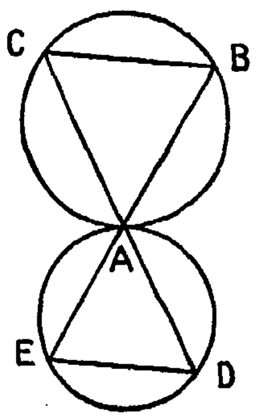


Fig. 8.

Soient A, OB, $O'C$ (*fig.* 9) le point et les cercles donnés. Supposons le problème résolu, et soit ABC le cercle cherché, B et C ses points de

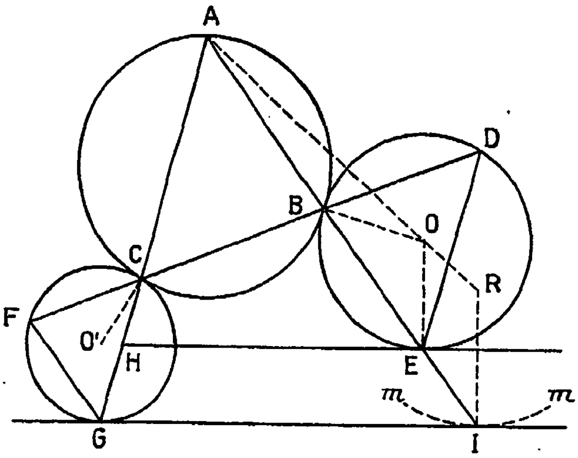


Fig. 9.

tangence avec les cercles donnés. Menez les droites ABE, ACG, $DBCF$. D'après le théorème énoncé, les trois triangles ABC, BDE, CFG seront semblables. Si par les points EG, vous menez EH, GI tangentes aux cercles OB, $O'C$, vous aurez

$$\text{l'angle } AEH = BDE = BCA,$$
$$\text{l'angle } AGI = CFG = CBA;$$

d'où il suit que les triangles AGI, AEH sont semblables au triangle ABC, et que leurs côtés GI, EH sont parallèles. En nommant t, t' les tangentes menées par le point A aux cercles OB, $O'C$, vous aurez

$$t'^2 = AC \times AG = AB \times AI,$$
$$t^2 \qquad\qquad = AB \times AE,$$

d'où l'on conclut

$$\frac{t'^2}{t^2} = \frac{AI}{AE}.$$

Ainsi les conditions d'après lesquelles on doit déterminer les points E et G sont que les tangentes menées par ces points aux cercles donnés soient parallèles, et que AI soit à AE dans le rapport continu de t'^2 à t^2.

Si l'on prend, à partir du point A sur la ligne AO, une quantité AR qui soit à AO dans le rapport de t'^2 à t^2, puis que l'on décrive du point R comme centre, et d'un rayon RI qui soit à DE dans le même rapport, le cercle Im, ce cercle devra être tangent à IG. Pour obtenir IG, il suffira donc de mener une tangente commune aux deux cercles IM, $O'C$. Si l'on joint AH, AE, les intersections de ces droites avec les cercles OB, $O'C$ donneront leurs points de tangence B et C avec le cercle cherché.