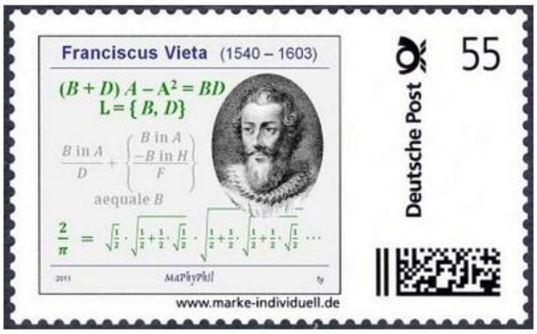
François Viète (1540-1603) est né en Vendée fut un avocat ;il était l'ainé de 7 enfants ;son père était juriste et notaire et était devenu protestant .François Viète fait des études de droit et devient avocat ;il fut conseillé d'Henri III et Henri IV, en particulier , déchiffreur des codes secrets des Espagnols.Il se marie en 1566 et a une fille.

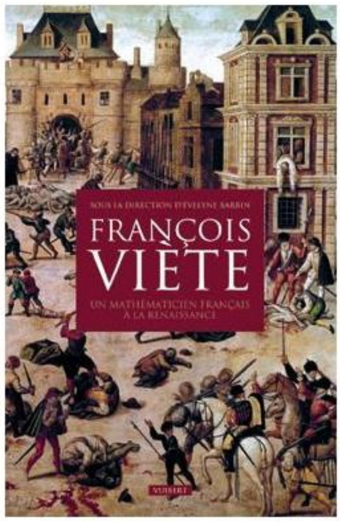
C'est à lui qu'on doit l'introduction des lettres en algèbre, on lui doit notre trigonométrie,l'expression de cos(nx) et sin(nx) en fonction de sin et cos ;il a calculé π avec une dizaine de décimales

1579 il publie son traité « canon mathématicus » avec les formules trigonométriques

1891 son traité d'algèbre ;notation *10 + 5 x = 20* se note *10 + 5 in A aequatur 20* ; il note les inconnues par des voyelles

On lui doit aussi les relations coefficients racines pour un polynôme de degré 3





En 1600 il résout le problème difficile de la construction d'un cercle tangent à 3 cercles , problème d'Appolonius dont la solution avait disparue

Soient 3 cercles de centre A, B, C et de rayon a,b,c (centre non alignés , rayon 2 à 2 distincts)

Soit D le centre d'un cercle tangent aux 3 autres

Le cercle de centre D et de rayon DA passe par A et est tangent au cercle de centre B , de rayon b-a

et au cercle de centre C de rayon c-a

On est donc ramené à chercher un cercle qui passe par A tangent à 2 cercles donnés

Soient EGF la tangente commune à ces deux cercles (E étant le centre de l'homothétie qui envoie uncercle sur l'autre , c'est l' intersection de la droite des centres des 2 cercles et de la tangente commune) G et F les points de contact avec les 2 cercles

Soit H le point d'intersection du cercle cherché et de EA   on a EA EH =EF EG et alors A,F,G,H cocycliques sur le cercle passant par A , F,G, ; on peut donc trouver H comme intersection du cercle passant apr A,F,G et sur la droite EA

Ainsi on se ramène à construire un cercle passant par A et H et tangent au cercle (c) de centre B , et de rayon b-a

Problème qui se ramène trouver le cercle passant par A , H et T ou IT est tangent au cercle (c) issue de I et où I est l'intersection de (AH) avec la droite passant par les points d'intersection de (c) avec un cercle (quelconque) passant par A et H

Ce qui a une solution , mais il y a deux cercles passant par 2 point et tangent à 1 cercle

Et le problème 2 a 4 choix , le problème initial en a donc 8 au plus

On pourra consulter   http://debart.pagesperso-orange.fr/seconde/contruc_cercle.html#ch4

Euler donnera une solution analytique en 1779   (E 648)

Cauchy trouve une solution en 1806 étant élève à Polytechnique

Et Gergonne donne aussi une solution analytique en 1817 dans les annales de maths pures et appliquées volume 7 p 289

Sur Viète voir   http://www.cc-parthenay.fr/parthenay/creparth/GUICHARDJp/VIETEaccueill.html

Cercle tangent à 3 cercles solution de Cauchy en 1806 élève à polytechnique

Supposez que l'on augmente ou diminue le rayon du cercle cherché d'une quantité égale au rayon du plus petit cercle donné, selon que ces deux cercles doivent se toucher intérieurement ou extérieurement, cela reviendra à diminuer ou augmenter les rayons des deux autres cercles donnés de la même quantité, suivant la nature de leurs points de contact avec le cercle cherché, et le problème se trouvera, par ce moyen, ramené à cet autre.

Mener par un point donné un cercle tangent à deux cercles donnés.

La solution de ce dernier problème repose sur ce théorème :

Si deux cercles sont tangents au point A (*fig.* 8), *et que par le point*

de tangence on mène des sécantes CD, BE, ces sécantes seront coupées en parties proportionnelles; les triangles ABC, ADE seront semblables, et les côtés BC, DE parallèles.

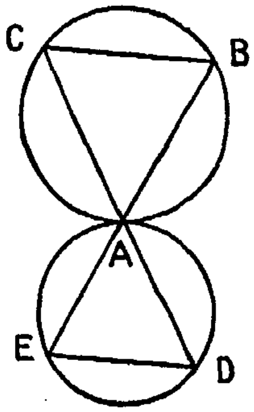


Fig. 8.

Soient A, OB, $O'C$ (*fig.* 9) le point et les cercles donnés. Supposons le problème résolu, et soit ABC le cercle cherché, B et C ses points de

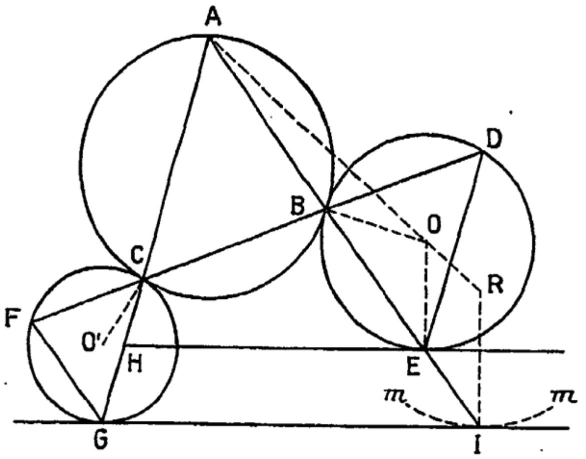


Fig. 9.

tangence avec les cercles donnés. Menez les droites ABE, ACG, $DBCF$. D'après le théorème énoncé, les trois triangles ABC, BDE, CFG seront semblables. Si par les points EG, vous menez EH, GI tangentes aux cercles OB, $O'C$, vous aurez

$$\text{l'angle } AEH = BDE = BCA,$$
$$\text{l'angle } AGI = CFG = CBA;$$

d'où il suit que les triangles AGI, AEH sont semblables au triangle ABC, et que leurs côtés GI, EH sont parallèles. En nommant t, t' les tangentes menées par le point A aux cercles OB, $O'C$, vous aurez

$$t'^2 = AC \times AG = AB \times AI,$$
$$t^2 = AB \times AE,$$

d'où l'on conclut

$$\frac{t'^2}{t^2} = \frac{AI}{AE}.$$

Ainsi les conditions d'après lesquelles on doit déterminer les points E et G sont que les tangentes menées par ces points aux cercles donnés soient parallèles, et que AI soit à AE dans le rapport continu de t'^2 à t^2.

Si l'on prend, à partir du point A sur la ligne AO, une quantité AR qui soit à AO dans le rapport de t'^2 à t^2, puis que l'on décrive du point R comme centre, et d'un rayon RI qui soit à DE dans le même rapport, le cercle Im, ce cercle devra être tangent à IG. Pour obtenir IG, il suffira donc de mener une tangente commune aux deux cercles IM, $O'C$. Si l'on joint AH, AE, les intersections de ces droites avec les cercles OB, $O'C$ donneront leurs points de tangence B et C avec le cercle cherché.