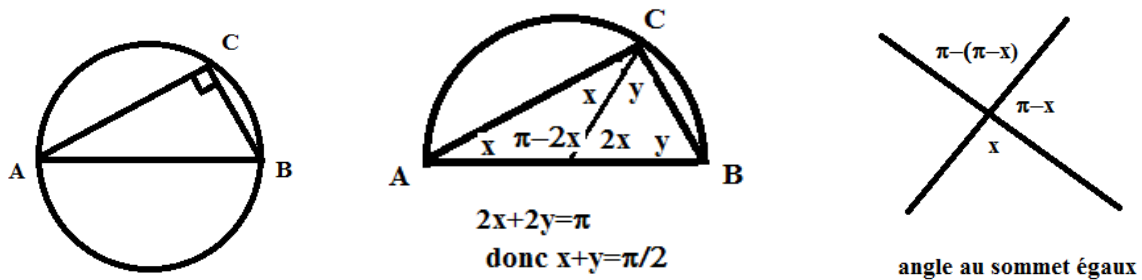
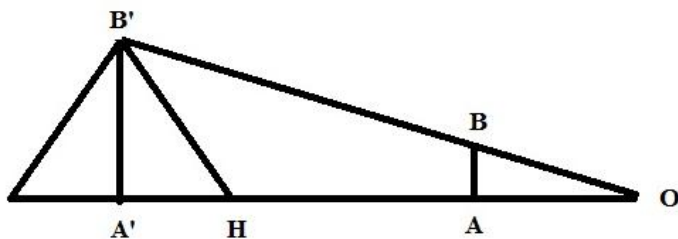


Thalès de Milet, était un philosophe, un des 7 sages de la Grèce, né à Milet (Turquie actuelle) vers 625 av. J.-C. et mort vers l'an 547 av. J.-C. On dit qu'il aurait été un marchand et aurait été en Egypte et à Babylone ; il aurait été initié à la géométrie et l'astronomie ; il aurait mesuré la hauteur de la grande pyramide en comparant les ombres d'un baton (ou de lui-même) et celle de la pyramide ; il aurait prédit l'éclipse de - 585. Il n'y a pas d'ouvrage écrit par Thalès.

On lui doit l'égalité des angles opposés par le sommet et que les angles de la base d'un triangle isocèle sont égaux (Si I est le milieu de la base [AB] les triangles CAI et CBI sont les mêmes ; et que dans un cercle de diamètre AB, il y a un angle droit en tout point C du cercle (c'est ce théorème que les anglo-saxons appellent théorème de Thalès) ; la dénomination française théorème de Thalès date de la fin du XIX, début XX et la démonstration serait d'Euclide.



Thalès mesure la hauteur de la pyramide de Cheops



sa base est carrée de côté 230 m
donc $A'H = 115$
le baton ou Thalès mesure $AB = 1.8$ m
 $OA = 3.5$ et $OH = 167$ donc $OA' = 282$
on déduit $A'B' = AB (OA'/OA)$
 $= 1.8 (282/3.5) = 145$ m

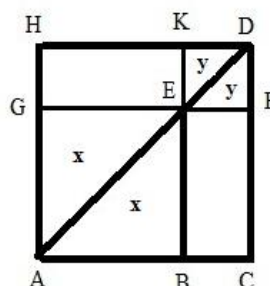
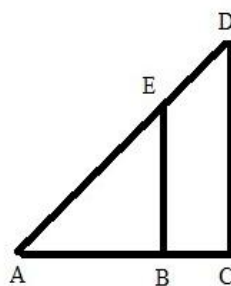
Thalès mesure la hauteur de la pyramide sur YouTube

<http://www.youtube.com/watch?v=wIQXTttgcLM>

La démonstration de Thalès dans le cas d'un angle droit peut se faire en utilisant que l'aire du triangle $OB'A'$ est l'aire du triangle OAB + l'aire du trapèze $A'B'BA$

$A'B' \cdot OA' = AB \cdot OA + (AB \cdot AA' + B'A' \cdot AA')$ d'où $AB(OA + AA') = A'B' (OA' - AA')$ soit $AB \cdot OA' = A'B' \cdot OA$

Voici une autre solution sans trapèze :



THALES

Montrons $EB/AB = DC/AC$ soit $EB \cdot AC = AB \cdot DC$

soit l'aire du rectangle $AGFC = \text{aire rectangle } ABKH$

or $AGFC = \text{AGEB} + \text{EBCF}$ et $ABKH = \text{AGEB} + \text{HGEK}$

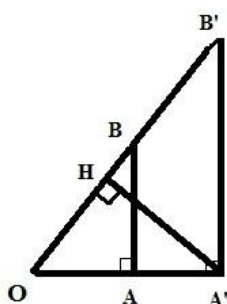
soit montrons $\text{EBCF} = \text{HGEK}$

Or aire de $ACD = \text{aire } AHD$ et en décomposant

$\text{aire}(ABE) + \text{aire}(EDF) + \text{aire}(EFCB) = \text{aire}(AGE) + \text{aire}(KED) + \text{aire}(HGEK)$

comme $\text{aire}(ABE) = \text{aire}(GHE)$ et $\text{aire}(EFD) = \text{aire}(KED)$ on déduit
 $\text{aire}(EFCB) = \text{aire}(HGEK)$

On pourrait aussi définir les fonctions trigonométriques puis démontrer Thales



définition du cosinus

Montrons $OA/OB = OA'/OB'$

Soit H la projection orthogonale de A' sur (OB)

l'aire du triangle $(BB'A')$ peut se calculer par $BB' \cdot A'H / 2 = A'B' \cdot AA' / 2$

donc $AA'/BB' = A'H/A'B'$

l'aire du triangle $(OA'B')$ peut se calculer aussi de 2 façons $OA'B' / 2 = OB' \cdot A'H / 2$

donc $A'H/A'B' = OA'/OB'$

Ainsi $OA'/OB' = AA'/BB' = OA' \cdot AA' / (OB' \cdot BB') = OA/OB$

le cosinus d'un angle α est la longueur OH lorsque B est sur le cercle de centre O et de rayon $OA=1$ BH orthogonal à OA

Application à Thales

$\cos(\widehat{AOH}) = OH/OA = OK/OA'$ donc $OA/OA' = OH/OK$

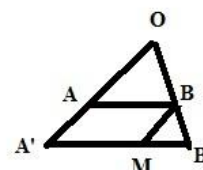
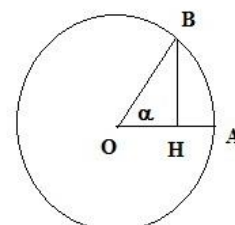
$\cos(\widehat{HOB}) = OH/OB = OK/OB'$ donc $OH/OK = OB/OB'$

d'où $OA/OA' = OB/OB'$

Puis on introduit M sur $A'B'$ tel que $BM \parallel AA'$

on a un parallélogramme et Thales donne

$AB/A'B' = A'M/A'B' = A'B' \cdot B'M/A'B' = 1 - B'M/A'B' = 1 - B'B/B'O = OB/OB'$



Voici une démonstration vectorielle du théorème de Thales

THALES

Dire que D est sur (AB) c'est écrire qu'il existe un réel x tel que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB}$.

De même, dire que E est sur (AC), c'est écrire qu'il existe un réel y tel que $\overrightarrow{AE} = y\overrightarrow{AC}$.

Enfin, dire que les droites (DE) et (BC) sont parallèles, c'est écrire qu'il existe un réel t tel que $\overrightarrow{DE} = t\overrightarrow{BC}$.

Les égalités précédentes permettent d'écrire que :

$$y\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$$

$$y\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$$

$$y\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{BC} = x\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{BC}$$

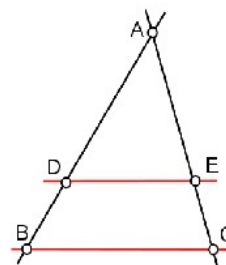
Comme \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont indépendants on déduit $y=x$ et $y=t$

On obtient donc les trois égalités :

$$\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{BC}$$



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \text{ et } \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

Voici la démonstration d'Euclide sur le site du Kangourou

<http://www.mathkang.org/swf/thales.html>