 

Carl Gustav Jakob Jacobi, (10 décembre 1804 à Potsdam)

est le spécialiste de la première moitié du XIX des intégrales elliptiques , avec Abel.Grand calculateur comme Euler et Abel.Jacobi a été Comparé à Euler .

Né à Potsdam et issu d'une famille juive,de père banquier ;c'est son oncle qui lui donne sa première instruction.

A 12 ans il avait le niveau pour entrer à l'université !il doit attendre 16 ans pour y entrer. Il a lu Euler ,Lagrange .Brillant en latin , grec, histoire et mathématique , physique .Il étudie à l'université de Berlin, où il finit par choisir sa voix en choisissant la science ;il y obtient son doctorat en 1825, à peine âgé de 21 ans.Il devient chrétien.

Il fait des découvertes en théorie de nombres écrivant à gauss qui est impressionné et sur les fonctions elliptiques écrivant à Legendre en 1827.Il rencontrera Legendre , Poisson en 1829

Il écrit dans le journal de Crelle dès 1827 sur les résidus cubiques   et aussi

sur les polynômes de Legendre trouvant la formule de Rodrigues

En 1829, il devient professeur de mathématiques à l'université de Königsberg, et ce jusqu'en 1842.

Il est l'ami de Bessel.

Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum (1829)

1830 membre de l 'académie des sciences de Berlin

Le 11 Septembre 1831 Jacobi épouse Marie Schwinck . Ils auront 5 garçons et 3 filles

1834 Jacobi prouve le théorème des 4 carrés en donnant le nombre de solutions

http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k90209g/f258

Hirschhorn, Michael D. (1987). "A simple proof of Jacobi's four-square theorem".

Proc. Amer. Math. Soc.

En 1834, Jacobi a prouvé qu'une fonction périodique a au plus 2 périodes et si elle est doublement périodique alors le rapport entre les périodes est imaginaire.

1835

Il a appliqué l'analyse , et les fonctions elliptiques à la théorie des nombres;il démontra le theorème de la réciprocité quadratique; il a introduit les sommes dite après lui de Jacobi

1841 sur les déterminants ; jacobiens.

Il a du diabète et des problèmes financiers ; Il fait une dépression, et pour se remettre voyage en Italie en 1843 avec Dirichlet et d'autres .Il se remet .De retour à Berlin il a un bonus de salaire et est autorisé à moins enseigner.

Mort le 18 février 1851 à Berlin

Sa tombe est à Berlin Kreuzberg section

Polynomes de Jacobi qui généralisent ceux de Legendre entre autres, dans le journal de Crelle en 1859 p149 publié après sa mort.

Dans une lettre du 2 juillet 1830 adressée à Adrien-Marie Legendre, Jacobi écrit : « M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels ; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain, et que sous ce titre, une question de nombres vaut autant qu'une question du système du monde. »

Œuvre sur gallica :

http://portail.mathdoc.fr/cgi-bin/oetoc?id=OE_JACOBI__1

Formue de Rodrigues par Jacobi en 1827 dans le journal de Crelle

$$z = \frac{1}{\sqrt{(1-2xz+z^2)}} = 1 + X'z + X''z^2 + X'''z^3 + \dots + X^{(n)}z^n + \text{etc.}$$

$$y - x = zF(y),$$

so ist nach dem Lagrangeschen Lehrsatz:

$$y = x + zFx + \frac{z^2}{1.2}\cdot\frac{\partial Fx^2}{\partial x} + \frac{z^3}{1.2.3}\cdot\frac{\partial^2 Fx^3}{\partial x^2} + \dots + \frac{z^n}{1.2.3\dots n}\cdot\frac{\partial^{n-1}Fx^n}{\partial x^{1}} + \text{etc.},$$

woraus folgt:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 1 + z\frac{\partial Fx}{\partial x} + \frac{z^2}{1.2}\cdot\frac{\partial^2 Fx^2}{\partial x^2} + \frac{z^3}{1.2.3}\cdot\frac{\partial^3 Fx^3}{\partial x^3} + \dots + \frac{z^n}{1.2.3\dots n}\cdot\frac{\partial^n Fx^n}{\partial x^n} + \text{etc.}$$

Setzt man nun die Gleichung:

$$y - x = \frac{z}{2}(y^2 - 1),$$

wo $F(y) = \frac{1}{2}(y^2 - 1)$, so ist

$$1 - zy = \sqrt{(1 - 2xz + z^2)}.$$

Differentiirt man aber die gegebene Gleichung, so erhält man:

$$\frac{\partial y}{\partial x}(1 - zy) = 1,$$

woraus:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{(1-2xz+z^2)}} = 1 + X'z + X''z^2 + \dots + X^{(n)}z^n + \text{etc.}$$

Vergleicht man damit den oben für $\frac{\partial y}{\partial x}$ gefundenen Ausdruck, in welchem man $Fx = \frac{1}{2}(x^2 - 1)$ setzt, so erhellet:

$$X^{(n)} = \frac{1}{2^n}\cdot\frac{\partial^n (x^2-1)^n}{1.2.3\dots\partial x^n}.$$

Polynomes de Jacobi

Les polynômes de Jacobi sont les polynômes orthogonaux pour le produit scalaire

$$(P,Q) \mapsto \langle P,Q\rangle = \int_{1}^{1}(1-t)^{\alpha}(1+t)^{\beta}P(t)Q(t)dt$$

$\alpha > -1, \beta > -1$ de sorte que pour tout entier n, le polynôme de Jacobi d'indice n est défini par

$$P_n(x) = \frac{(-1)^n}{2^n n!(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}}\frac{d^n}{dx^n}\left((1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}(1-x^2)^n\right)$$

P_n est solution de l'équation différentielle

$$(1-x^2)y'' + \left((\beta-\alpha) - (\alpha+\beta+2)x\right)y' + n(n+\alpha+\beta+1)y = 0$$

$\alpha = \beta = 0$ on trouve les polynômes de Legendre, pour $\alpha = \beta = -1/2$ les polynômes de Tchebychev, pour $\alpha = \beta$ les polynômes de Gegenbauer.

$$J_n(x) = \frac{(-1)^n}{2^n n!}\frac{1}{(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}}\frac{d^n}{dx^n}\left((1-x^2)^n(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}\right) \qquad \int_{-1}^{+1}J_n(x)J_m(x)(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}dx = u_n\delta_{n,m}$$