

- a) Montrer que le minimum de  $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3}$  pour  $x, y, z$  positifs et  $x + y + z = 3$  est 3.
- b) Trouver le minimum de  $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3}$  pour  $x, y, z$  positifs et  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$
- c) Montrer que le minimum de  $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3}$  pour  $x, y, z$  positifs et  $xyz = 3$  est 1.
- d) Montrer que le minimum de  $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3}$  pour  $x, y, z$  positifs et  $xy + yz + zx = 3$  est 3.

Pour c et d) MAG (inégalité moyenne arith-geo) ; 2 fois MAG pour d) en montrant d'abord  $1 \geq xyz$  pour a) b) utiliser une bonne fonction convexe