

Un exercice d'algèbre linéaire :

1/ Montrer que $rg(A^2) + \dim(Ker A \cap Im A) = rg(A)$ pour une matrice carrée complexe (n, n) .

2/ Si $rg(A) \neq rg(A^2)$ montrer qu'il existe une matrice carrée B non nul tel que $B^2 = AB = BA = 0$
(Crux mathematicorum OC 577 d'avril 2022).

si $e_1 \neq 0$ dans $Ker A \cap Im A$, et (e_1, \dots, e_p) base de $Im A$ et $(e_1, \dots, e_p, \dots, e_n)$ base de \mathbb{C}^n et définir B