

Un peu de probabilité :

1/ Soit X une variable aléatoire finie entière.

Soit A un évènement de probabilité non nulle on définit $E(X/A) = \sum k p(X = k/A)$.

Montrer que si (A_k) est un système complet on a : $E(X) = \sum_k p(A_k) E(X/A_k)$.

2/ Une urne contient n boules numérotées de 1 à n . On tire une boule à la fois et chaque fois on enlève toutes les boules ayant un numéro supérieur ou égal à celle tirée. X_n est le nombre de tirages pour vider l'urne. $X_1 = 1$

a) Trouver la loi de X_2, X_3 et $E(X_2), E(X_3)$.

b) Montrer que $E(X_n) = 1 + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} E(X_k)$

c) Montrer que $E(X_n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$

3/ On lance un dé normal jusqu'à avoir un total supérieur ou égal à n .

Soit X_n le nombre de lancers. $X_1 = 1$

a) Trouver la loi de X_2, X_3, X_4 et les espérances.

b) Trouver une formule de récurrence pour $E(X_n)$ puis montrer que $E(X_n) \sim \frac{2n}{7}$