Inégalité entre moyenne arithmétique et géométrique : IMAG pour des réels positifs :
1/a) Montrer que $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (IMAG 2) ; montrer aussi $x^2 + y^2 \geq 2xy$
b)Déduire que $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$ (IMAG 4)
c)Déduire que $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (IMAG 3)
C'est la méthode de Cauchy pour montrer IMAG.
On peut aussi montrer IMAG3 avec $a^2+b^3+c^3 = (a+b+c)(a^2+b^2-c^2-ab-bc-ca)$, montrer $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$ avec 3 fois IMAG 2 ou avec l'inégalité de Cauchy.

2/Trouver le minimum de $e^{x^2} + e^{y^2} + e^{z^2} + e^{-xy-yz-zx}$