

- a) En 1769 Euler donne la valeur de  $I = \int_0^{\pi/2} \ln(\sin(x)) dx = -\pi \ln(2)/2$  dans E393 ; cela peut se faire simplement en utilisant  $J = I = \int_0^{\pi/2} \ln(\cos(x))$  qui vaut aussi  $I$  et en ajoutant.
- b) Existence et calcul de  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{1+x^2} dx$ .
- c) Montrer que  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2(1+x^2)} dx$  existe et vaut  $\pi \ln(e/2)$