L'inégalité entre la moyenne arithmétique et géométrique(IMAG) est utile pour trouver, et montrer des minima sans trop de calculs.
IMAG2 : $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, car la différence est $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$.
Déduire IMAG4 : $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$ (les réels sont tous positifs).
Puis comme Cauchy en 1821 faire $d = \frac{a+b+c}{3}$ pour déduire IMAG3 :$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (égalité pour $a = b = c$).
Pour IMAG5 utiliser la concavité de LN, ou bien faire la méthode Cauchy.

1)Montrer que le minimum de $x + y + \frac{1}{xy}$ pour $x > 0$, $y > 0$ est 3.
2)Montrer que le minimum de $x + y + z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y+z}$ pour des réels strictement positifs est 4.
3)Trouver le minimum de $x + y + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$, pour $x \geq 0$, $y \geq 0$; celui de $x + y + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+2}$ est $3/2$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$).
4)Le minimum de $x + y + xy + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$ pour $x \geq 0$, $y \geq 0$ est 2.
5)Le minimum de $x + 2y + \frac{1}{xy} + \frac{1}{y}$ pour $x > 0$, $y > 0$ est 5 .
6)Trouver le minimum de $e^x + e^y + e^z + e^{-x-y-z}$.
7)Trouver le minimum de $x + y + \frac{1}{Ln(1+x)+y+1}$, ou de $xy + \frac{1}{xLn(1+y)+1}$ pour $x \geq 0$, $y \geq 0$.
8)Trouver le minimum de $x + y + z + exp(-xyz)$ pour $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.