On pose $H_n = 1 + \frac{1}{2} + .. + \frac{1}{n}$.

•Montrer que $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} H_k = (n+1)H_n - n$

Retrouver directement le résultat en permutant les sommes : $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i} .. = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=j}^{n} ...$

•Montrer que $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (H_k)^2 = (n+1)H_n^2 - (2n+1)H_n + 2n$;

par récurrence ou en permutant les sommes dans $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} H_i \sum_{1}^{i} \frac{1}{j}$.

•Montrer que $\displaystyle 2\sum_{1}^{n} \frac{H_k}{k} = H_n^2 + \sum_{1}^{n} \frac{1}{k^2}$.

•Trouver $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (H_k)^3$ =?