

Soit  $A$  une matrice réelle  $(n,n)$  telle que  $A^2 = -I_n + N$  ou  $N$  est nilpotente. Alors montrer que  $n$  est pair et dans ce cas il existe  $X$  telle que  $X^2 = -I_n$ .  
 Variante : il n'y a pas de matrice réelle  $(3,3)$  telle que  $A^2 + A + I_3$  soit nilpotente.

$N$  est trigonalisable.