

Trois exercices cette semaine :

1) Montrer que $x^4 + y^4 - xy + \frac{1}{8} \geq 0$ et $x^4 + y^4 + z^4 + 3 \geq 2(xy + yz + zx)$.

2) Montrer que $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{e^x + 1 + x + \frac{x^2}{2}} dx = 2$

3) Un petit exercice sur les groupes :

Soit G un groupe alors la diagonale $\Delta(G) = \{(x, x) \mid x \in G\}$ est un sous groupe de $G \times G$; et G est abélien si et seulement si $\Delta(G)$ est un sous groupe normal de $G \times G$.

pour le 1) utiliser $y^4 \geq x^4 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x$ et poser $z = x + 1 + \frac{x}{2}$ et $\frac{z}{x} + x + 1 + \frac{x}{2} = f$ résoudre z en fonction de x et utiliser $y^4 \geq x^4 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x$