

1 /ADN : suite de 4 lettres A,C,T ou G

a)Combien de suites si on a une suite de n lettres

b)Combien de suites de n lettres avec au moins un A

c)Combien de suites de n lettres qui se termine par ATA

d)combien de suites de n lettres avec exactement 2 A et 2 T ;quelle probabilité cela donne –t-il ?

e)probabilité d’avoir un palindrome pour une suite de 5 lettres comme ATGTA ,ou AAGAA

f)on considère une suite infinie de A,C,T ou G ; X est le nombre de lettres pour avoir le premier A

et Y le nombre de G pour GGTA X=4,Y=2 pour AT X=1 et Y=0 ;loi de X espérance de X ;

loi de (X,Y) puis loi de Y on utilisera la dérivée k ième de la série géométrique

$$\sum_{n=k}^{+\infty} \binom{n}{k} X^{n-k} = \frac{1}{(1-X)^{k+1}} \text{ pour } |x|<1$$
 Ecrire un programme python qui trouve X et Y dans une liste u ou une chaine de caractères u (X est le rang du premier A dans u et Y le nombre de G avant ce premier A ;s’il n’y a pas de A le programme donnera X=0)

2/On choisit un entier à 3 chiffres probabilité qu’ils soient tous distincts :

3/Un épicier reçoit un lot de pommes dont 25 % sont avariés. Il charge un employé de préparer des emballages de 5 pommes chacun. Celui-ci,étant négligent, ne se donne pas la peine de jeter les fruits avariés. Chaque client qui trouve, dans l’emballage qu’il achète, 2 fruits ou plus qui sont avariés, revient au magasin se plaindre.

a) Soit X le « nombre de pommes avariées dans un emballage ». Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Quelle est la probabilité pour qu’un client donné se plaigne auprès de son épicier?

c) Si l’épicerie a 100 clients qui achètent des pommes ce jour-là, combien y aura –t-il de plaintes en moyenne?

4/Chacune des vaches d’un troupeau de 500 est porteuse d’une certaine maladie avec probabilité 1/1 000. Cette maladie est détectable à l’aide d’un test sanguin et, pour faciliter les choses, on ne teste qu’un mélange du sang des 500 vaches

1. Quelle est la probabilité que le test soit positif, indiquant ainsi qu’au moins une vache est malade?

2. On suppose que le test a été positif. Quelle est la probabilité que dans ce cas, plus d’une vache soit malade (au moins 2) ?

5/Un ascenseur dessert 6 étages ;4 personnes montent , trouver probabilité que deux personnes au moins descendent au même étage Soit X le nombre de personnes qui descendent à l’étage 1,trouver la loi de X

6/Deux joueurs lancent un dé l’un après l’autre ,le gagnant est le premier à avoir un 6

a)Probabilité que le joueur A qui commence gagne est $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^{2n} = 5/11$

b)Probabilité que le jeu dure strictement plus de 20 lancers $(5/6)^{20}$

7/huit composants électroniques identiques sont dans une machine ;la probabilité qu'un composant fonctionne au bout d'un an est 0.7

a)trouver la probabilité qu'il y en ait exactement 4 qui fonctionnent au bout d'un an ;

b)sachant que 4 au moins fonctionnent probabilité que tous fonctionnent

8/ le nombre X de malades suit une loi de poisson de paramètre 10 ;à chaque malade on administre un médicament qui guéri le malade avec une probabilité 8/10 ;soit Y le nombre de malades guéris

Trouver la loi de Y

9/On choisit $2n$ fois $+1$ ou -1 montrer que la probabilité que la somme soit 0 est $\frac{\binom{2n}{n}}{2^{2n}}$

Réponses 1:a) 4^n b) $4^n \cdot 3^n$ c) 4^{n-3} d) $\binom{n}{2} \binom{n-2}{2} 2^{n-4} = n(n-1)(n-2)(n-3)2^{n-6}$

d'où en divisant par $4^n = 2^{2n}$ la probabilité est $n(n-1)(n-2)(n-3) / 2^{n+6}$

e)le nombre de palindromes est : pour 3 lettres XYX $4 \times 4 = 16$ d'où $ZXYXZ$ $4 \times 16 = 4^3$ palindromes d'où la probabilité $4^3/4^5 = 1/16$

f)loi géométrique de paramètre $1/4$, $E(X)=4$

pour $0 \leq k < n$ on a $p(X=n \text{ et } Y=k) = \binom{n-1}{k} \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(\frac{2}{4}\right)^{n-1-k} \frac{1}{4}$ (on choisit la place des G de probabilité $1/4$,le

reste est C ou T avec une probabilité $1/2$ et A à la fin de probabilité $1/4$) on déduit $p(Y=k) = 1/2^{k+1}$ pour $k \in \mathbb{N}$ et $E(Y)=1$ ($Y+1$ est géométrique de paramètre $1/2$)

2/ $9 \times 9 \times 8/9 \times 10^2$

3/X suit $B(5 ; 1/4)$; $p(X \geq 2) = 1 - p(X=0) - p(X=1) = 47/128$; le nombre de clients qui se plaignent va suivre $B(100 ; 47/128)$ d'espérance $100 \times 47/128$ soit 37

4/Si X est le nombre de vaches malades X suit une loi $B(500 ; 1/1000)$;

$p(X \geq 1) = 1 - p(X=0) = 1 - 0.999^{500} \approx 0.39$ (on peut aussi approximer par une loi de Poisson de paramètre $500/1000 = 1/2$ alors $1 - p(X=0) = 1 - e^{-1/2} \approx 0.39$!) ;

$p(X > 1 / X > 0) = p(X \geq 2 / X \geq 1) = p(X \geq 2 \cap X \geq 1) / p(X \geq 1) = p(X \geq 2) / p(X \geq 1) \approx 0.23$

5/ $1 - (6 \times 5 \times 4 \times 3 / 6^4) = 13/18$ et $B(4 ; 1/6)$

7/ a)binomiale $\binom{8}{4} 0.7^4 0.3^4 = 0.136$ b) $p(X=8 / X \geq 4) = p(X=8) / p(X \geq 4) = 0.7^8 / 0.942$

8/la loi de Y sachant $X=n$ est $B(n, 0.8)$ on déduit alors que la loi de Y est une loi de Poisson de paramètre $10 \times 0.8 = 8$