intégrales généralisées

1/Existence et calcul de $\int_0^1 t^n ln(t)dt$

2/ Existence et calcul de $\int_0^1 \frac{ln(1-x)+x}{x^2}dx$ (par parties)

3/Existence et calcul de $\int_1^{+\infty} \frac{Arctan(x)}{x^2}dx$

4/a)Montrer que si $x \geq 4$, alors , $x \leq e^{x/2}-1$

b)Existence de $\int_0^{+\infty} \frac{x}{e^x-1}dx$

5/Pour x >0 montrer que F(x)=$\int_0^{+\infty} e^{-xt}Arctan(t)dt$ existe , décroit et tend vers 0 en $+\infty$

6/Existence de $\int_0^{+\infty} ln(t)e^{-t}dt$

7/Existence de $\int_0^{+\infty} \frac{ln(1+t)}{1+t}$et de $\int_0^{+\infty} \frac{lnt}{1+t^2}dt$

8/a)Montrer I=$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^3}dx$ existe

b)en utilisant le changement de variable t=1/x montrer que 2I=$\int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^2-t+1}$ et calculer I

9/a)Montrer que pour n entier ,n>0, $I_n = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x+n}dx$ existe

b)Montrer que $I_n \to 0$

c)Montrer que $I_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{n}$ on montrera que $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}dx}{n} - I_n = o(\frac{1}{n})$

10/a)X suit une loi de Poisson de paramètre λ montrer que p(X $\leq n) = \frac{1}{n!}\int_\lambda^{+\infty} e^{-x}x^n dx$

b)Trouver un équivalent de la suite $\int_\lambda^{+\infty} e^{-x}x^n dx$