COUPLES DISCRETS

1 On répartit n boules au hasard dans 3 urnes, chacune pouvant contenir de 0 à n boules .
X est le nombre d'urnes vides ; X_i =1 si l'urne i est vide et 0 sinon ;
a)calculer E(X) en utilisant les X_i b) Trouver la loi de X

2 n vétérinaires laissent leur parapluie au vestiaire puis après la réunion chacun choisit au hasard 1 parapluie . X est le nombre de vétérinaires qui ont récupéré leur propre parapluie

Xk est la variable aléatoire valant 1 si le vétérinaire k a récupéré son parapluie et 0 sinon ;

a)Nombre de bijections f de {1,2,…n } dans {1,,. , n} telles que f(k)=k puis loi de Xk

b)Montrer que E(X)=1 c)Montrer que var(X)=1

3 on lance n fois une pièce , Xn est le nombre de séries , par exemple si on a

PPP F PP FFF P FF on a 6 séries , si on a P F P FF PPPPPPP on a 5 séries

La probabilité de pile est p

a)Trouver la loi de X3 puis Calculer E(X3)

b)en ecrivant Xn=1+Z2+…+Zn montrer que E(Xn)=1 + 2(n-1)pq

c)on lance une pièce jusqu'à avoir au moins 2 séries Y1 est la longueur de la première série et Y2 de la deuxième série ;si on a PPFFFFP Y1=2 , Y2=4

loi de (Y1,Y2) ;puis montrer $P(Y1 = n) = p^n q + q^n p$ et $P(Y2=k) = p^2q^{k-1}+q^2p^{k-1}$ et E(Y2)=2 ;

montrer que Y1,Y2 sont indépendantes ssi p=1/2 et montrer que $cov(Y1 ;Y2)=-(1-2p)^2/pq$

4 on choisit n fois avec remise une lettre parmi A,T,C,G
X est le nombre de A et Y le nombre de T
a)Trouver la loi du couple (X,Y)
b)Déduire la loi de X (pouvait on le prévoir ?)

5 100 bovins se repartissent au hasard et indépendamment les uns des autres, dans trois étables E1, E2 et E3. On suppose que chaque étable peut abriter les 100 bovins. Soit Xk la v.a. définie par le nombres de bovins ayant choisi l'étable Ek.
1. Déterminer les lois de probabilités de ces trois variables. Donner leur espérances et leur variances.
2. Quelle est la loi de X1 + X2?
3. Calculer la covariance de X1 et X2, et en déduire leur coefficient de corrélation

6 X1, X2 géométrique indépendantes de paramètre p1,p2

a) calculer p(X1>X2) si X et Y de paramètre p1 et p2
b) Montrer que la loi de min(X1,X2) est géométrique de paramètre 1-q1q2