NOMBRES REELS

1/ trouver supE et inf E

$E=\{(1/n) - (1/p) \mid (n,p) \in N^{*2}\}$

$F=\{2n/(2nm+3) \mid (n,m) \in N^{*2}\}$

2/f ,g sont deux applictions bornées de R dans R

a)si $\forall x \in R \quad f(x) \leq g(x)$ montrer que $\sup\limits_{x \in R} f(x) \leq \sup\limits_{x \in R} g(x) = \sup g(R)$

b)Montrer que $\sup\limits_{x \in R}(f(x)+g(x)) \leq \sup\limits_{x \in R} f(x) + \sup\limits_{x \in R} g(x)$

Donner un cas d' inégalité strict (sin,cos)

c)f,g bornées montrer que $\left|\sup f - \sup g\right| \leq \sup\left|f - g\right|$

3/Si A et B sont deux parties bornée de R montrer que sup(A+B)=sup(A)+sup(B)

sup(-A)= - inf(A)

4/Résoudre $\left|\ln x\right| \leq \left|1 - \ln^2 x\right|$; $\left|\,|\ln|x|| - 1\,\right| \leq 1$

5/Montrer que pour tout entier n et tout réel x $|\sin(nx)| \leq n|\sin(x)|$

6/Comparer E(x+y) et E(x)+E(y) ; trouver x tel que $E(x)=E(x^2)$

montrer $E(2\sqrt{n^2+n})=2n$ pour n entier

7/a)Montrer $x^4+y^4 \geq xy(x^2+y^2)$ (poser t=y/x ou bien supposer $x \geq y$)

b)utiliser $a^2+b^2 \geq 2ab$:

pour a>0,b>0 et c>0 déduire $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

c)Montrer $(a+b)^2 \leq 2(a^2+b^2)$ déduire $(a+b)^4 \leq 8(a^4+b^4)$