INTEGRALES

$\boxed{1}$Reconnaitre une primitive :a) $\int_0^1 xe^{x^2}dx$ b) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1}dx$ c) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+2}dx$ d) $\int_1^e \frac{\ln^2(x)}{x}dx$

$\boxed{2}$Linéarité &Chasles : a) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1}dx$ b) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3+x}dx$ c) $\int_0^1 \left|x-\frac{1}{2}\right| dx$

d) $u_{n+1}=\int_0^1 \max(x,u_n)\,dx$ avec $u_0=0$ e) $\int_0^{\pi} \sin^2 t\cos^2 t\,dt$

$\boxed{3}$Savoir intégrer par parties : a) $\int_0^1 \arctan(x)dx$ b) $\int_0^1 x\arctan(x)dx$ c) $\int_0^1 \ln(1+x^2)dx$

d) $\int_0^{+\infty} xe^{-\lambda x}dx$ e) $\int_1^x t^n\ln(t)dt$ f) $\int_0^{+\infty} x^2e^{-x^2}dx$ on donne $\int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$\boxed{4}$ Formule de récurrence :a) $\int_0^{\pi/2}\sin^n x dx$ b) $\int_0^{\pi} x\sin^n x dx$ c) $\int_0^1 x^n(1-x)^m dx$ d) $\int_0^{\pi/2}\frac{\sin(nx)}{\cos(x)+2}dx$

$\boxed{5}$Savoir encadrer a)limite de $\int_0^1 \mathrm{arctg}(x+n)\,dx$,de $\int_0^1 \mathrm{Ln}(1+x^n)\,dx$,

$\int_0^1 \frac{x}{1+x^2+x^n}dx$, $\int_0^1 \mathrm{Ln}(1+\sqrt[n]{x})\,dx$, de $I_n=\int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n}dx$

b) f C^0 sur [0 ;1] et 0<f<1 alors $\int_0^1 f^n \to 0$ c) f C^1sur [a;b] alors $\int_a^b f(x)\sin(nx)\,dx \to 0$

d)si f C^1 sur [0;1] alors$\int_0^1 nx^n f(x)\,dx \to f(1)$ e) Equivalent de la suite $\int_0^1 \frac{x^n}{x+n}dx$

$\boxed{6}$ Etudier les fonctions: a)$\int_0^x \frac{e^{-t}}{\sqrt{1+t}}dt$ b) $\int_x^{x+1} \mathrm{Ln}(1+e^t)dt$; c) limite en 0 de $\frac{\int_0^x f}{x}$ et de

$\int_x^{2x}\frac{\cos(t)}{t}dt$ d) f est bijective C^1 sur $\mathbb{R}^+$, et f(0)=0 dériver F(x)= $\int_0^x f+\int_0^{f(x)} f^{-1}-xf(x)$

Déduire que $\int_0^a f+\int_0^{f(a)} f^{-1}=af(a)$ et interpréter géométriquement

e) résoudre $f(x)=1+\int_0^x (x-t)f(t)dt$ f) Agro 2014

$\boxed{7}$Somme de Riemann : a) $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}$ b) $\sqrt[n]{\frac{(2n)!}{n!n^n}}$ c) $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{2n+1}\ln(1+\frac{k}{n})$