

## Fonctions usuelles

1/Calculer  $\arctan 2 + \arctan 5 + \arctan 8$

2/Résoudre  $\arctan(x-1) + \arctan(x) + \arctan(x+1) = \pi/2$

3/a) Calculer  $\operatorname{tg}(k+1)x - \operatorname{tg}(kx)$  déduire  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\cos(kx)\cos((k+1)x)}$

b) Calculer  $\sum_{k=0}^n 2^k \operatorname{tg}(2^k x)$  en utilisant  $u_k = \frac{2^k}{\operatorname{tg}(2^k x)}$

4/Comparer  $\arcsin(x)$  et  $\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

5/Simplifier  $\operatorname{Arc} \cos \frac{1-x^2}{1+x^2}$  (dériver)

et étudier  $\operatorname{Arc} \cos \frac{1-x^2}{1+x^2} + \operatorname{Arcsin}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$

6/Montrer que pour tout  $x \in ]0 ; 1[$   $x^x(1-x)^{1-x} \geq 1/2$

7/Comparer  $e^\pi$  et  $\pi^e$  (utiliser  $\operatorname{Ln} x / x$ )

8/ Trouver une autre expression de  $f(x) = \operatorname{Arc} \sin\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$

9/En utilisant  $1 + 1/\cos(2\alpha) = \operatorname{tg}(2\alpha)/\operatorname{tg}\alpha$  calculer  $\prod_{k=0}^n \left(1 + \frac{1}{\cos(2^k x)}\right)$

10/Montrer  $2 \arctan(1/5) = \arctan(5/12)$  puis  $4 \arctan(1/5) = \arctan(120/119)$

puis la formule de Machin  $4 \arctan(1/5) - \arctan(1/239) = \pi/4$

11/ Etudier  $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{1/2}\right)$

12/ Résoudre dans  $\mathbb{R}$   $\sin(2 \arccos(x)) = 2x^2$

13/ Montrer que  $\sin^2 a - \sin^2 b = \sin(a-b) \sin(a+b)$