Equations différentielles

1/Résoudre

a) $y'' + y = 1+\sin(x)$

b) $y'' + y' + y = 1+ e^{x}\cos(x)$ c) $y'' -2y' + y = x e^{x}$

d) $y'' + y = \cos^3(x)$ e) $y'' -3 y' +3y = 2x\,\mathrm{ch}(x)$

f) $y'' -2y+5= e^{x} \cos^2(x)$

2/Résoudre

a) $x y' + y = 1/(1+x^2)$ b) $2 x y'+y= x^2$ pour $x >0$ c) $y' + y = e^{x}$

d) $(1-x) y' +y =(x-1)/x$ e) $\sqrt{1+x^2}\, y' = y +1$ f) $xy' +y = \ln(x)$

g)Résoudre $(x+1)y' +xy = x^2+x+1$ en trouvant une solution particulière polynomiale

h) $x y' + 2 y = x /(1+x^2)$ i) $x y' + y = 2x / (x^2+1)$

j) $(1+x^2) y' - x y = \sqrt{1+x^2}$ k) $(1-x^2) y' -xy =1$ sur $]-1 ;1[$ et sur $]1 ;+\infty[$

3/Résoudre

a) $y' = \dfrac{1+y^2}{1+x^2}$ b) $y' = 1+e^{x+y}$ c) $y' = y^2+y$ par le changement d'inconnue $z=1/y$

d) $x y' = \sqrt{1+y^2}$ e) y croit et $y'^2+y^2 =1$ f) $y' \cos(x)+y\sin(x)+y^3=0$

g)Résoudre $x^2 y'' + xy'(x) + y=0$ sur $\mathbb{R}_+^*$ par **changement de variable** $t=\ln(x)$ soit en posant $z(t)= y(e^t)$
soit $y(x)=z(\ln(x))$ et trouver $y'(x)$, $y''(x)$

4/a) Déterminer les fonctions dérivables de R dans R telles que
pour tout (x,y) $f(x) f(y) = f(x+y)$

b)f dérivable sur R et pour tout x $f'(x)=f(-x)$

c) f dérivable sur R+* et pour tout (x,y) $f(xy) = xf(y) + y f(x)$

5/Si une solution de $y'' + y =f(x)$ est bornée sur R, alors toutes les solutions le sont

6 / résoudre $y'=\sqrt{\dfrac{y}{1+x^2}}$

7/ résoudre $y' = |y| + 1$ sachant $y(0)= 0$